
 <p>ALCALDÍA DE SANTIAGO DE CALI SECRETARÍA DE DESARROLLO TERRITORIAL Y BIENESTAR SOCIAL</p>	<p>INSTITUCION EDUCATIVA TECNICO INDUSTRIAL LUZ HAYDEE GUERRERO MOLINA</p> <p>PROGRAMA MATEMÁTICAS</p>	
---	--	---

IDENTIFICACIÓN DE LA GUÍA DE APRENDIZAJE

DBA 1	GRADO 9	PRIMER PERIODO
-------	---------	----------------

<p><u>TÓPICO GENERATIVO:</u></p> <p>¿PARA QUÉ UTILIZO LOS NÚMEROS EN LA VIDA?</p> <p><u>METAS DE COMPRENSIÓN:</u></p> <p>El estudiante reconoce las propiedades de la potenciación y radicación de los números reales</p> <p>El estudiante usa las propiedades de la potenciación para realizar operaciones con notación científica</p> <p>El estudiante usa las propiedades de la potenciación y de la radicación para la simplificación de las expresiones algebraicas</p> <p>El estudiante determina procedimientos para racionalizar fracciones algebraicas.</p> <p>El estudiante aplicará las propiedades de la potenciación y de la radicación para resolver algunas de sus situaciones de su vida cotidiana</p> <p><u>ESTANDAR PENSAMIENTO NUMÉRICO:</u></p> <p>Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos</p> <p>Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.</p> <p><u>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE</u></p> <p>DBA 1: Utiliza los números reales (sus operaciones, relaciones y propiedades) para resolver problemas con expresiones polinómicas.</p> <p>COMPONENTE: Numérico Variacional</p> <p>COMPETENCIA: Resolución de problemas – Comunicación - Razonamiento</p>

1. MOTIVACIÓN



<https://www.youtube.com/watch?v=KyjiFYM8aUg&t=2s>

Las matemáticas son una ciencia muy antigua, tan antigua como el propio conocimiento humano, sus orígenes datan desde que el hombre se vio en la necesidad de contar, medir y repartir. Se pueden apreciar en diversas culturas prehistóricas vestigios tales como pinturas, cerámicas y demás en la cuales se aprecian figuras geométricas.

Por otro lado, se sabe que el hombre primitivo utilizaba los dedos de la mano para contar y eso se ve reflejado en los sistemas numéricos cuya base son de 5 y 10. La evolución del hombre de pasar de ser nómada a ser sedentario, también influyó en el desarrollo de la matemática, ya que con la formación de las civilizaciones el hombre empezó a desarrollar más profundamente el pensamiento matemático. Inicialmente se crearon los números naturales, pero estos no fueron suficientes para resolver algunas situaciones de la vida, luego nacen los negativos, surge la necesidad de repartir y con ella aparecen los números racionales y finalmente nos encontramos con los números reales. El conjunto de los números reales enriquece el campo de las aplicaciones de las matemáticas y en la actualidad es fundamento de varias teorías, porque ha contribuido al avance y desarrollo de las ciencias físicas. Sobre este conjunto se trabaja el cálculo integral y diferencial que se verá más adelante y que es un instrumento poderoso para solucionar problemas que surgen en física, astronomía, ingeniería, química y en otros campos, incluyendo algunos de las ciencias sociales.

Te invito a que veas el vídeo ¿Para qué sirven las matemáticas?, escribe cinco proposiciones acerca del vídeo, qué sabías acerca de lo que viste, que fue lo que más te gustó y por qué

2. PRÁCTICA REFLEXIVA

Piedad comparte en Facebook la imagen del tesoro con 4 de sus amigos.



Luego, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes, la misma imagen. Nuevamente, cada amigo comparte con 4 amigos diferentes más, la misma imagen.

¿Qué estrategia usarías para resolver la situación?

¿A cuántos amigos le compartió la imagen Piedad?

¿Qué operación matemática relacionas con la situación planteada?

3. ESTRUCTURACIÓN

POTENCIAS Y NÚMEROS REALES

Los exponentes son una manera reducida de repetir una multiplicación del mismo número por sí mismo.

Por ejemplo, la forma reducida de multiplicar tres veces el número 5 se muestra en el miembro derecho de la siguiente igualdad $(5) \cdot (5) \cdot (5) = 5^3$.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ veces}}$$

El factor que se repite a se llama **BASE**, el número de veces que se repite (n) se llama **EXPONENTE** y el resultado se llama **POTENCIA**

Ver el vídeo introductorio: <https://www.youtube.com/watch?v=50cQMW06PZo>

Propiedades de los Exponentes

- 1. Producto de bases iguales:** Para multiplicar potencias de la misma base, se suman los exponentes y se mantiene la base común.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Ejemplo No. 1

$$(-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^5 = -32.$$

Ejemplo No. 2

$$4^{a+b} \cdot 4^{2a+2b} \cdot 4^{3a-b} = 4^{a+b+2a+2b+3a-b} = 4^{6a+2b}$$

Ejemplo No. 3

$$2^4 \cdot 2^{-1} = 2^{4+(-1)} = 2^3 = 8.$$

2. Cociente de bases iguales: Para dividir potencias de la misma base, se restan los exponentes y se mantiene la base común.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

$\frac{b^n}{b^m} = b^{n-m}$	$b \neq 0$
-----------------------------	------------

Ejemplos:

$$\frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2} = 4^1 = 4$$

$$\frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4} = 4$$

Este ejemplo hecho a paso a paso, muestra como en una división de potencias de igual bases, se deben restar los exponentes.

Si observan $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ y $4^2 = 4 \cdot 4$, lo que se hace es cancelar dos cuatros del numerador con dos cuatros del denominador y el resultado es un cuatro, eso equivale a decir, que la operación que se realizó fue una resta

Ejemplo No. 1

$$\frac{2^2}{2^{-1}} = 2^{(2-(-1))} = 2^3 = 8.$$

Ejemplo No. 2

$$\frac{x^{5a+3b}}{x^{3a+b}} = x^{5a+3b-(3a+b)} = x^{5a+3b-3a-b} = x^{2a+2b}$$

Ejemplo No. 3

$$\frac{5^{3m}}{5^{2m}} = 5^{3m-2m} = 5^m$$

3. Potencia de una potencia: Para elevar una potencia a un exponente, se mantiene la base y se multiplican los exponentes.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}.$$

Ejemplo No. 1

$$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$$

Ejemplo No. 2

$$((-2)^2)^{-2} = (-2)^{2 \cdot (-2)} = (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

4. Potencia de un Producto: Para elevar un producto a un exponente, se elevan cada uno de los factores a ese exponente.

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n.$$

Ejemplo No. 1

$$2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36.$$

Ejemplo No. 2

$$(-2)^3 \cdot 2^3 = ((-2) \cdot 2)^3 = (-4)^3 = -64.$$

5. Potencia de un cociente: Para elevar un cociente a un exponente, se eleva cada uno de los números a ese exponente

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

Ejemplo No. 1

$$\frac{(-6)^3}{2^3} = \left(\frac{-6}{2}\right)^3 = (-3)^3 = -27.$$

Ejemplo No. 2

$$\frac{6^2}{2^2} = \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

6. Exponentes negativos

La potencia de un número con exponente negativo es igual al inverso del número elevado a exponente positivo.

Caso 1

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{si } a \neq 0$$

Ejemplo No.1:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Caso 2

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo No. 2:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8}$$

Ejemplo No. 3

$$\frac{(-2)^2}{(-2)^3} = (-2)^{(2-3)} = (-2)^{-1} = \frac{1}{(-2)^1} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

Recordar que:

$$a^0 = 1. \text{ Ejemplo } 7^0 = 1$$

$$a^1 = a. \text{ Ejemplo } 7^1 = 7$$

Por favor vea el siguiente video para que refuerce el concepto de las propiedades de la potenciación

Ver vídeo de propiedades: <https://www.youtube.com/watch?v=AhnPqFbl4d8>

SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES CON POTENCIAS

Simplificar expresiones con potencias es aplicar las propiedades de la potenciación y reducirla a su mínima expresión, expresando los resultados con exponentes positivos.

Ver videos: <https://www.youtube.com/watch?v=7uJNrgsymzw>
<https://www.youtube.com/watch?v=kTKhu5P2-rA>

Ejercicios No.1

Simplificar: $\frac{3^8 \cdot 3^{15} \cdot 3^{-7}}{3^{29} \cdot 3^{-14}}$

Para simplificar esta expresión, se deben aplicar las reglas de la potenciación del producto y cociente de igual base

$$\frac{3^{8+15-7}}{3^{29-14}} = \frac{3^{16}}{3^{15}} = 3^{16-15} = 3$$

Como las bases del numerador y del denominador son iguales se suman los exponentes, teniendo en cuenta la ley de los signos, luego queda un cociente de igual base, cuya propiedad dice que se deben restar los exponentes

Ejercicio No. 2 $\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2} = \frac{2^4 \cdot 3^4}{(2 \cdot 3)^2} =$

Simplificar $\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2} = \frac{2^4 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{2^4}{2^2} \cdot \frac{3^4}{3^2} =$

$$= 2^{4-2} \cdot 3^{4-2} = 2^2 \cdot 3^2 =$$

$$= 4 \cdot 9 = 36$$

Ejercicio No. 3

Simplificar la expresión de tal forma que los exponentes queden positivos

$$\frac{x^4 y^6}{x^8 y^3} =$$

$$x^{4-8} y^{6-3}$$

$$x^{-4} y^3 = \frac{y^3}{x^4}$$

Ejercicio No. 4

Simplificar la expresión de tal forma que los exponentes queden positivos

$$\left(a \cdot \frac{b^3}{c^{-1}}\right)^2 \cdot \left(\frac{(a \cdot c)^{-1}}{b^3}\right)^2$$

$$\left(a \cdot \frac{b^3}{c^{-1}}\right)^2 \cdot \left(\frac{(a \cdot c)^{-1}}{b^3}\right)^2 =$$

$$= a^2 \cdot \frac{b^6}{c^{-2}} \cdot \frac{(a \cdot c)^{-2}}{b^6} =$$

$$= a^2 \cdot b^6 \cdot c^2 \cdot \frac{1}{b^6 \cdot a^2 \cdot c^2} =$$

$$= 1$$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Un poco de historia...

Para los griegos a. C. 10.000 era un número gigante, no así para los matemáticos de ese tiempo. Arquímedes, 200 a. C. se preocupa por calcular el número de granos de arena necesarios para llenar el Cosmos y calcula que se necesitarían 10⁶³. Pero esas ideas no formaban parte del pensamiento del hombre común.

Cuando el hombre empieza a viajar, a apreciar las distancias entre los países o a pensar en las distancias entre los astros, en las estrellas del cielo, en cuántos años tiene la Tierra, van apareciendo en su mente los números grandes. En un principio fue el millón "los millonarios". Ahora ya esos números han quedado atrás.

La notación científica sirve para expresar en forma cómoda aquellas cantidades que son demasiado grandes o demasiado pequeñas.

Un número está expresado en notación científica, si está escrito de la forma $m \times 10^n$, Donde $n \in \mathbb{Z}$ y $1 \leq m \leq 10$

Ejemplo

La masa de un átomo de carbono es 0,000000000000000000000001 gramos y en notación científica se puede expresar así: 1×10^{-23} gramos.

EXPRESAR UN NÚMERO REAL A NOTACIÓN CIENTÍFICA

Cuando se va a expresar un número en notación científica, se presentan dos casos:

CASO 1: El número tiene r cifras enteras y s cifras decimales.

En este caso se ubica la coma después de la primera cifra entera, luego se multiplica por una potencia de 10 cuyo exponente es igual al número de cifras que se corrió la coma.

Ejemplo

Expresar el número 3792,25 en notación científica.



La coma se corrió tres lugares Luego $3,79225 \times 10^3$

Como se observa en el ejemplo se corrió la coma hacia la izquierda hasta llegar a la primera cifra entera que es tres y antes de ella se coloca la coma, luego se cuentan los lugares que se corrió la coma y se escribe la potencia de 10 elevada al número de lugares corridos que en este caso es 3

Caso 2: El número no tiene dígitos enteros y tiene s cifras decimales.

Se separa la primera cifra decimal distinta de cero, colocando una coma a la derecha de la cifra. Luego se multiplica el número por 10 elevando a menos el número de cifras desplazadas a la derecha.

Ejemplo

Expresar 0,000374 en notación científica



La coma se corrió 4 lugares Luego $3,74 \times 10^{-4}$

EXPRESAR UN NÚMERO ESCRITO EN NOTACIÓN CIENTÍFICA A NÚMERO REAL

Cuando se va a expresar un número que está escrito en notación científica como un número real, se presentan dos casos:

Caso 1: Si el exponente es negativo

En este caso se desplaza la coma a la izquierda según el número del exponente.

Ejemplo No. 1: $3,45 \times 10^{-7}$ a número real es = 0,000000345

La coma se desplazó 7 lugares



Ejemplo No. 2: $4,2 \times 10^{-3} = 0,0042$ se corre la coma tres lugares a la izquierda

Caso 2: Si el exponente es positivo

En este caso se desplaza la coma hacia la derecha se agregan ceros si es necesario, según el número entero del exponente.

Ejemplo No.1: $1,371 \times 10^8$ a número real

Se corren 8 lugares a la derecha y se agregan los ceros necesarios, luego el número real es = 137.100.000

Ejemplo No. 2: $1,5823709 \times 10^4$, se corren 4 lugares hacia la derecha

Luego el número real es: 15.823,709

OPERACIONES CON NÚMEROS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Para realizar operaciones con números escritos en notación científica, se deben tener presentes las propiedades de la potenciación

SUMA Y RESTA

Si las potencias de 10 son las mismas, estas se toman como factor común y luego se suman o restan los números que antes de ellas.

Ejemplo No. 1

$$2 \times 10^5 + 3 \times 10^5 = 5 \times 10^5$$

Ejemplo No. 2

$$3,9 \times 10^2 - 1,2 \times 10^2 = 2,7 \times 10^2$$

Si las potencias de 10 no son iguales, mueve la coma a la derecha o a la izquierda hasta que sean iguales, tomando como referencia la potencia de mayor exponente:

- Si lo mueves a la izquierda sumas uno al exponente
- Si lo mueves a la derecha restas uno al exponente

Ejemplo No. 1

$2 \times 10^4 + 3 \times 10^5 - 6 \times 10^3 =$ (tomamos el exponente 5 como referencia, luego debemos sumar exponentes para que sean iguales, por lo que nos debemos mover a la izquierda)

$$0,2 \times 10^5 + 3 \times 10^5 - 0,06 \times 10^5 = 3,14 \times 10^5$$

Ejemplo No. 2

$9,56 \times 10^{13} + 1,67 \times 10^{16}$, tomo el número de menor exponente y lo muevo tres lugares a la izquierda y sumo tres exponentes = $0,00956 \times 10^{16}$, ahora sumo los números que acompañan las potencias

$$(0,00956 + 1,67) \times 10^{16} = 1,67956 \times 10^{16}$$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ESCRITOS EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Para multiplicar o dividir números escritos en notación científica, se multiplican o se dividen las partes enteras o decimales de los números y las potencias de 10 se operan aplicando las propiedades de la potenciación

Ejemplo No. 1

$$(4 \times 10^{12}) \times (2,37 \times 10^5) =$$

$$(4 \times 2,37) \times 10^{12+5}$$

$$9,48 \times 10^{17}$$

Ejemplo No. 2

$$(3,01 \times 10^{12}) \times (2,5 \times 10^{-7}) =$$

$$(3,01 \times 2,5) \times 10^{12-7}$$

$$7,525 \times 10^5$$

Para el caso de la división

Ejemplo No. 1

$$(4 \times 10^{12}) / (2 \times 10^5) =$$

$$(4/2) \times 10^{12-5} =$$

$$2 \times 10^7$$

Ejemplo No. 2

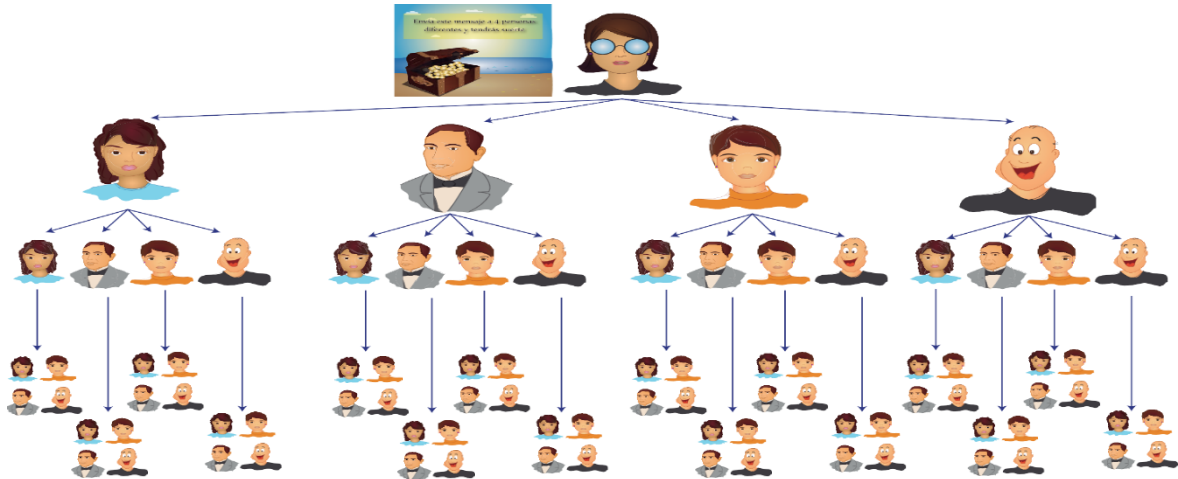
$$(102 \times 10^2) / (3 \times 10^{-3}) =$$

$$(102/3) \times 10^{2-(-3)}$$

$$34 \times 10^{2+3} = 34 \times 10^5$$

4. RETROALIMENTACIÓN

1. Observa el diagrama. Luego completa las expresiones que describen la cantidad de personas con las que se ha compartido la imagen en cada nivel.



2. Piedad encontró un juego de problemas en Facebook. Ayúdala a resolver el siguiente problema.

¿Qué tan genio eres?

“Al ir a San Dimas encontré a un señor con siete Divas. Cada Diva con siete sacos; cada saco con siete gatos; cada gato con siete mininos. Mininos, gatos, sacos y divas

¿Cuántos iban a San Dimas?”

Encierra la respuesta correcta al problema.

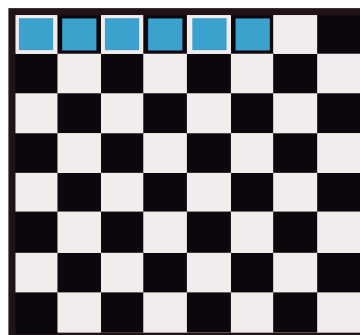
- 343
- 28
- 2401

Justifica tu elección:

3. Lee con atención la leyenda sobre la historia del ajedrez que Piedad encontró en Facebook. Luego, completa las primeras casillas del tablero de ajedrez de acuerdo a lo expuesto en la historia.

Existe una leyenda que dice que hace mucho tiempo existió un rey que era muy bueno, pero una vez luchando contra un reino enemigo perdió a su hijo en una batalla, y por tal motivo se puso muy triste y se aisló en su castillo reviviendo una y otra vez la batalla donde murió su hijo, recreándola de muchas formas, y en ninguna podía salvar a su hijo y a su reino al mismo tiempo. Un joven que sabía el dolor que el rey sentía pidió una entrevista con él, luego de muchos intentos logro que el rey le diera la entrevista, el joven mostró al rey el juego del ajedrez y le enseñó su similitud con una batalla real. El rey que era un gran amante de los planes de guerra no tardó mucho tiempo en entender el juego, el joven le enseñó al rey como era de importante sacrificar alguna pieza para lograr el partido (haciéndole ver que el sacrificio que su hijo había hecho fue lo mejor para el reino). El rey comprendió su error y aceptó la muerte de su hijo, y le dijo al joven que le daría la recompensa que él pidiese, el joven le pidió la siguiente recompensa: por la primera casilla del tablero quiero un grano de trigo, por la segunda casilla quiero 2 granos de trigo, por la tercera casilla quiero 4 granos de trigo, por la cuarta casilla quiero 8 granos de trigos y así sucesivamente por las demás casillas, el rey ordenó que entregaran la recompensa inmediatamente y agregó que era un pedido muy poco digno de su generosidad, los sabios del rey al tratar de encontrar el número que correspondía a la cantidad de granos de trigo se dieron cuenta que era un número muy grande de imaginar en esos días. Así fue como el rey aprendió otra lección a ser prudente y le pidió al joven se quedará en el castillo y trabajará como uno de sus asesores.

¿Cuánto maíz se coloca en esta casilla? Escribe en potencia.



4. Simplifica las siguientes expresiones matemáticas, expresando los exponentes positivos:

a.

$$\frac{2^3 \cdot 5^4 \cdot 2^{-1} \cdot 5^2}{5^3 \cdot 2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 2^4}$$

b. $\left(a \cdot \left(\frac{1}{a \cdot b}\right)^2 \cdot b^{-2}\right)^{-1}$

c.

$$\left(\frac{(a \cdot c)^{-1}}{b^3}\right)^2$$

d.

$$\left(\frac{c \cdot a^2}{b^3}\right)^{-1} \cdot \frac{c^3 \cdot b^{-7}}{a^{-1}}$$

5. El Banco de la República de Colombia es la entidad responsable de imprimir los billetes nuevos. En un año reciente, el banco reportó las siguientes impresiones:

- a. 263.600.000 billetes de \$ 1.000
- b. 182.700.000 billetes de \$ 2.000
- c. 91.700.000 billetes de \$ 5.000
- d. 135.000.000 billetes de \$ 10.000
- e. 161.000.000 billetes de \$ 20.000

i. Expresar la cantidad de billetes de cada denominación en notación científica

i i. Expresar la cantidad de dinero en pesos impreso por el Banco de la República.

5. PRÁCTICA REFLEXIVA

1. Completa los espacios faltantes en la siguiente situación.



A las 8:00 am fue compartido 1331 veces.

- Piedad compartió la imagen a las 7:58 am a _____ amigos diferentes y cada uno de estos amigos lo compartió a las 7:59 am a _____ amigos diferentes.

2. Observa en el siguiente ejemplo la relación que hay entre la potenciación y la radicación.

$$5^3 = 125 \rightarrow \sqrt[3]{125} = 5$$

En la radicación se busca encontrar la base. Para este ejemplo ¿qué número multiplicado por sí mismo tres veces da 125? _____

- Completa las siguientes expresiones.

$$3^4 = \square \rightarrow \sqrt[4]{81} = \square$$

$$\square^2 = 16 \rightarrow \sqrt[2]{\square} = 4$$

$$2^4 = \square \rightarrow \sqrt[4]{16} = \square$$

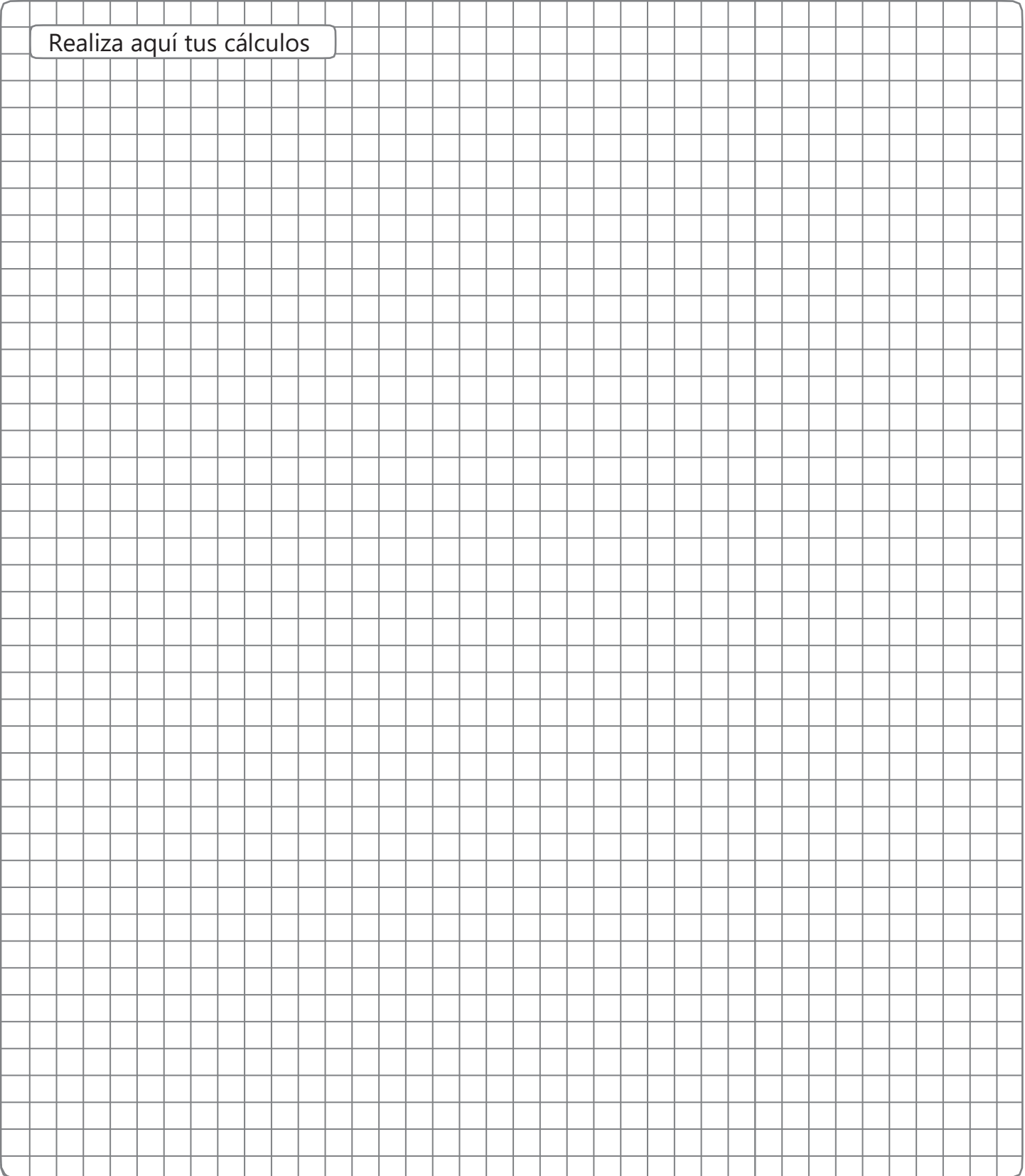
3. Resuelve el siguiente problema.

¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de 867 m² si su longitud es el triple de su ancho?

Describe el proceso que empleaste para solucionar el problema y luego escribe la respuesta

4. Utilizando la relación entre radicación y potenciación genera las propiedades de la radicación. Luego, compáralas con las respuestas.

Realiza aquí tus cálculos



6. ESTRUCTURACIÓN

FRACCIONES ALGEBRAICAS

Una fracción algebraica es una expresión fraccionaria en la que numerador y denominador son polinomios.

1. Encierra las fracciones algebraicas

$$\frac{x+7}{4}$$

$$x^{\frac{1}{3}}+8$$

$$\frac{\sqrt{x+5}}{5x^3+x^2+x}$$

$$\frac{x+8}{x^2-x+4}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{5x^3+x^{\frac{2}{3}}}$$

Si los denominadores contienen raíces, se debe realizar un proceso que se llama **racionalización**, el cual consiste en cambiar la expresión de tal forma que el denominador se vuelve un número racional, es decir, se elimina el radical.

Se debe tener en cuenta que la raíz cuadrada por sí misma da como resultado un número entero

Ejemplo $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

Aplicando la propiedad de las raíces se tiene que:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{4} = 2$$

Ahora si aplicas este mismo concepto en términos algebraicos, se obtiene:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$$

Para racionalizar se debe tener en cuenta además que hay denominadores que contienen monomios y otros binomios, por lo que los procesos de racionalización son diferentes.

Ejemplo No. 1

Racionalizar $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Para eliminar el radical del denominador, se debe multiplicar y dividir dicha expresión entre el denominador y luego realizar la operación indicada, esto garantiza que el denominador ya no contenga un radical.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ejemplo No. 2

Racionalizar $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ El denominador de esta fracción es $\sqrt{3}$. Para convertirlo a un número racional, multiplícalo por $\sqrt{3}$, ya que $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$.

$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ Multiplica toda la fracción por un equivalente de 1, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

$$\frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{9}}$ Usa la Propiedad Distributiva para multiplicar $\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$.

$\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{9}}{\sqrt{9}}$ Simplifica los radicales, donde sea posible. $\sqrt{9} = 3$.

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}+3}{3}$$

Ejemplo No. 2: racionalizar la expresión $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}}$, donde $x \neq 0$

En este caso, no hay ningún problema pues se aplica el mismo método

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

El denominador es \sqrt{x} ,
entonces toda la expresión
puede multiplicarse por $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

para eliminar el radical en
el denominador.

$$\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$$

Usa la Propiedad
Distributiva. Simplifica los
radicales, donde sea
posible. Recuerda que
 $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$.

Respuesta

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{xy}}{x}$$

Ejemplo No. 3: $\sqrt{\frac{100x}{11y}}$, donde $y \neq 0$ Racionalizar

$$\frac{\sqrt{100x}}{\sqrt{11y}}$$

Reescribe $\sqrt{\frac{a}{b}}$ como $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

$$\frac{\sqrt{100x}}{\sqrt{11y}} \cdot \frac{\sqrt{11y}}{\sqrt{11y}}$$

El denominador es $\sqrt{11y}$,
entonces multiplicar toda la
expresión por $\frac{\sqrt{11y}}{\sqrt{11y}}$

racionalizará el
denominador.

$$\frac{\sqrt{100 \cdot 11xy}}{\sqrt{11y} \cdot \sqrt{11y}}$$

Multiplica y simplifica los
radicales, cuando sea
posible.

$$\frac{\sqrt{100} \cdot \sqrt{11xy}}{\sqrt{11y} \cdot \sqrt{11y}}$$

100 es un cuadrado
perfecto. Recuerda que
 $\sqrt{100} = 10$

y $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$.

$$\sqrt{\frac{100x}{11y}} = \frac{10\sqrt{11xy}}{11y}$$

RACIONALIZACIÓN DE FRACCIONES CON DENOMINADORES QUE SON BINOMIOS

Para racionalizar una fracción cuyo denominador es un binomio se utiliza el conjugado, que es la misma expresión del denominador, pero con signo contrario

Completa la tabla

Término	Conjugado
$\sqrt{2} + 3$	$\sqrt{2} - 3$
<input type="text"/>	$\sqrt{x} + 5$
$8 - 2\sqrt{x}$	<input type="text"/>
<input type="text"/>	$1 - \sqrt{xy}$

La siguiente tabla muestra como se operan los conjugados

Término	Conjugado	Producto
$\sqrt{2} + 3$	$\sqrt{2} - 3$	$(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3) = (\sqrt{2})^2 - (3)^2 = 2 - 9 = -7$
$\sqrt{x} - 5$	$\sqrt{x} + 5$	$(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5) = (\sqrt{x})^2 - (5)^2 = x - 25$
$8 - 2\sqrt{x}$	$8 + 2\sqrt{x}$	$(8 - 2\sqrt{x})(8 + 2\sqrt{x}) = (8)^2 - (2\sqrt{x})^2 = 64 - 4x$
$1 + \sqrt{xy}$	$1 - \sqrt{xy}$	$(1 + \sqrt{xy})(1 - \sqrt{xy}) = (1)^2 - (\sqrt{xy})^2 = 1 - xy$

Esto es: $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 3)$ se aplica la propiedad distributiva

$$\sqrt{2}\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3.3 = \sqrt{2.2} - 9 = \sqrt{4} - 9 = 2 - 9 = 7$$

Se eliminan

Ejemplo No. 1:

Racionaliza la fracción $\frac{5-\sqrt{7}}{3+\sqrt{5}}$

$$\frac{5-\sqrt{7}}{3+\sqrt{5}} \cdot \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$$

Encuentra el conjugado de $3+\sqrt{5}$. Luego multiplica toda la expresión por $\frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$.

$$\frac{(5-\sqrt{7})(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$$

$$\frac{5 \cdot 3 - 5\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{5}}{3 \cdot 3 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$$

Usa la Propiedad Distributiva para multiplicar los binomios en el numerador y el denominador.

$$\frac{15 - 5\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + \sqrt{35}}{9 - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{25}}$$

Como multiplicaste por el conjugado del denominador, los términos radicales en el denominador se combinan como 0.

$$\frac{15 - 5\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + \sqrt{35}}{9 - \sqrt{25}}$$

Simplifica los radicales cuando sea posible.

$$\frac{15 - 5\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + \sqrt{35}}{9 - 5}$$

$$\frac{5-\sqrt{7}}{3+\sqrt{5}} = \frac{15-5\sqrt{5}-3\sqrt{7}+\sqrt{35}}{4}$$

Hay que tener presente que este método, solo funciona para binomios que tienen raíces cuadradas.

Por ejemplo

$$\begin{aligned} & (\sqrt[3]{10} + 5)(\sqrt[3]{10} - 5) \\ &= (\sqrt[3]{10})^2 - 5\sqrt[3]{10} + 5\sqrt[3]{10} - 25 \\ &= (\sqrt[3]{10})^2 - 25 \\ &= \sqrt[3]{100} - 25 \end{aligned}$$

Raíz cúbica de 100 no es exacta, luego por su conjugado no se puede eliminar el radical

Ejemplo No. 2

Racionalizar la fracción $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$$

Encuentra el conjugado de $\sqrt{x} + 2$. Luego

multiplica el numerador y el denominador por

$$\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 \cdot 2}$$

Usa la Propiedad Distributiva para multiplicar los binomios en el numerador y el denominador.

$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 4}$$

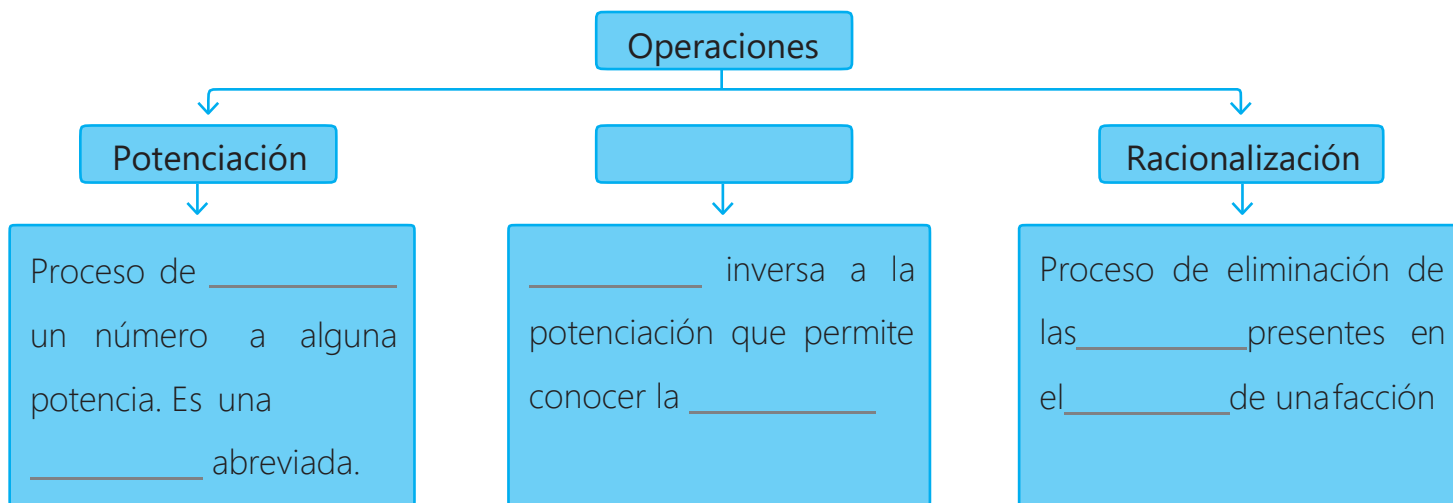
Simplifica, Recuerda que $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = x$.

Como multiplicaste por el conjugado del denominador, los términos radicales en el denominador se combinan como 0.

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = \frac{x - 2\sqrt{x}}{x - 4}$$

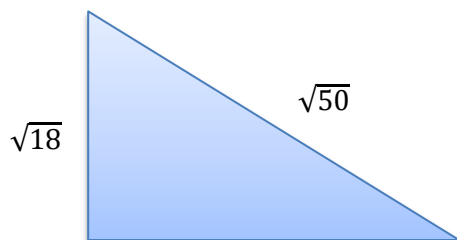
7. RETROALIMENTACIÓN

1. Completa el siguiente mapa conceptual, de acuerdo a lo visto en el recurso interactivo.



2. Escribe diferentes situaciones en las que utilices potenciación y radicación. Describe matemáticamente cada situación.

3. Halla el perímetro y el área de:



4. Racionaliza las siguientes fracciones

$$\frac{x + 4}{\sqrt{x} - 4}$$

$$\frac{9 - x}{7 - \sqrt{x}}$$

8. TRASPOSICIÓN DEL CONOCIMIENTO

Cuando un carro frena bruscamente, a una velocidad considerable, produce marcas sobre la carretera debido a una transferencia de peso a las ruedas. Gracias a esas marcas es posible calcular la velocidad a la cual iba el automóvil antes de aplicar los frenos, en caso de un accidente de tránsito. Sin embargo, también son importantes otros elementos como el estado del asfalto, el tipo de vehículo, la velocidad que queda al final de la huella, así como la pendiente, si hubiere...



Por lo general, la velocidad inicial de un automóvil en un accidente se estima a partir de la longitud de las marcas de frenado (x = distancia) y (a = aceleración) por medio de la expresión:

$$v = \sqrt{-2ax}$$

Como hay un rozamiento entre las ruedas y el pavimento, este se representa por:

$$a = \mu g$$

donde g es la gravedad y μ el coeficiente de rozamiento.

Responde las siguientes preguntas

1. ¿Por qué se hacen marcas en la carretera al frenar bruscamente un automóvil?
2. ¿Cuál es el valor de la gravedad en la Tierra?
3. ¿Para qué sirve el coeficiente de rozamiento de una superficie?
4. ¿Cómo quedaría la fórmula de la velocidad?
5. Si un carro frena bruscamente en una superficie de cemento cuyo coeficiente de rozamiento es 0,9 y la distancia de las marcas de frenado es de 30 m ¿A qué velocidad iba el carro?

9. VALORACIÓN

Escribe en el espacio asignado, las respuestas a las preguntas, con base en el tema planteado de los números racionales

ANTES PENSABA – AHORA PIENSO



ANTES PENSABA



AHORA PIENSO